Números racionais

17 junho 2022

Maria Helena Martinho

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Universidade do Minho
Instituto de Educação

IE UMinho 47 anos
1975 | 2022

9. Operações com frações e decimais

Adição e subtração

Adição em Q

Se tivermos os números racionais representados por frações

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \qquad em\ que\ c\neq 0$$

Por exemplo, $\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$

Se os denominadores das frações forem diferentes,

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{ad}{cd}+\frac{bc}{cd}=\frac{ad+bc}{cd} \qquad em\ que\ c\neq 0 \text{ e } d\neq 0$$

Por exemplo, $\frac{1}{2}+\frac{4}{3}=\frac{3}{6}+\frac{8}{6}=\frac{11}{6}$

Vejamos alguns exemplos

$$\frac{1}{5}+\frac{3}{4}=\frac{4}{20}+\frac{15}{20}=\frac{19}{20}$$

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=\frac{8}{12}+\frac{15}{12}=\frac{23}{12}$$

Uma outra situação,

$$\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{3}{18}+\frac{12}{18}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$$

No entanto, como 6 é *múltiplo de* 3, podemos resolver de outra forma:

$\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=\frac{5}{6}$ em que 6 é o menor dos múltiplos comuns a 3 e 6

Para colocar duas frações com o mesmo denominador, basta considerar o menor dos múltiplos comuns

Mínimo múltiplo comum entre dois números a e b, escreve-se mmm(a,b).

Por exemplo,

$$\underset{(x2)}{\frac{2}{9}} + \underset{(x3)}{\frac{1}{6}} = \frac{4}{18} + \frac{3}{18} = \frac{7}{18}$$

Pois o mmc $(6,9) = 2x3x3=18$

Reparem que $6 = 2x3$ e $9 = 3x3 = 3^2$

Mínimo múltiplo comum entre dois números a e b:

mmc (12, 15) = ?

Decompondo em fatores primos:

12= 2x2x3=2^2x3

15= 3x5

Então,

mmc (12, 15) =2^2 x 3 x 5 = 60

Fatores comuns (3) e não comuns (2, 5)

de maior expoente (2^2)

Assim, para calcular por exemplo

$$\underset{(\mathrm{x}5)}{\frac{1}{12}} - \underset{(\mathrm{x}4)}{\frac{2}{15}} = \frac{5}{60} - \frac{4}{60} = \frac{1}{60}$$

Vejamos:

$12 = 2x2x3 = 2^2x3$

$15 = 3x5$

Quais os múltiplos de 12 e de 15?

$M_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, \ldots\}$

$M_{15} = \{15, 30, 45, 60, \ldots\}$

Se tivermos os números racionais representados como **numerais decimais**, realizamos as operações considerando as diferentes classes decimais:

3,25 + 15,3= 18,55

$$\begin{array}{r} 15{,}3 \\ +3{,}25 \\ \hline 18{,}55 \end{array}$$

Se tivermos os números racionais representados de formas diferentes, frações e numerais decimais

Exemplo A:

$$\frac{2}{5} + 0{,}7 = \frac{2}{5} + \frac{7}{10} = \frac{4}{10} + \frac{7}{10} = \frac{11}{10}$$

como $\frac{2}{5}$ pode ser representado em numeral decimal dado que $2:5$ gera uma *dízima finita*, também se pode realizar a operação da seguinte forma

$$\frac{2}{5} + 0{,}7 = 0{,}4 + 0{,}7 = 1{,}1$$

Exemplo B:

$$\frac{2}{3} + 0{,}2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{10} = \frac{20}{30} + \frac{6}{30} = \frac{26}{30}$$

como $\frac{2}{3}$ não pode ser escrito na forma decimal, porque a fração *não se pode escrever como fração decimal*, $2:3$ gera uma *dízima infinita periódica*: 0,(6)

Palhares et al. (2011)

10. Tarefas

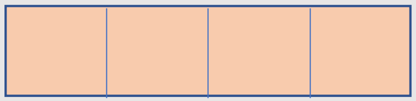
Monteriro & Pinto (2009)

1.

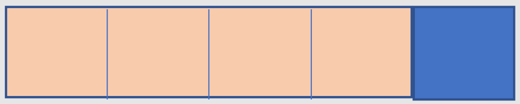
Se a imagem seguinte representa 4/5 de uma tira de papel, desenhe a tira completa.

Resolução:

Se o retângulo representa 4/5 da tira de papel é porque corresponde a quatro partes de cinco. Assim, se partirmos o retângulo em quatro partes, cada parte vai corresponder a 1/5 da tira.



$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ só falta $\frac{1}{5}$ para obter os $\frac{5}{5}$, ou seja, a unidade completa, ou seja, a tira de papel

Assim, a tira completa seria: 

Palhares et al. (2011)

2.

Calcule:

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{2}$

d) $\frac{7}{2} + \frac{2}{7} - \frac{5}{3}$

b) $\frac{5}{3} + \frac{5}{2} - 3$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{2}{9}$

c) $5 - \frac{2}{7} - \frac{5}{3}$

f) $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} + \frac{5}{6}$

2- Calcule

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{2} = \frac{8+3+30}{12} = \boxed{\frac{41}{12}}$

(4) (3) (6)

b) $\frac{5}{3} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{10+15-18}{6} = \boxed{\frac{7}{6}}$

(2) (3) (6)

c) $5 - \frac{2}{7} - \frac{5}{3} = \frac{105-6-35}{21} = \frac{64}{21}$

(21) (3) (7)

d) $\frac{7}{2} + \frac{2}{7} - \frac{5}{3} = \frac{147+12-70}{42}$

(21) (6) (14)

$= \frac{159-70}{42}$

$= \boxed{\frac{89}{42}}$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{18-9-8}{36}$

(18) (9) (4)

$= \boxed{\frac{1}{36}}$

f) $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} + \frac{5}{6} = \frac{8+1+10}{12}$

(4) (1) (2)

$= \boxed{\frac{19}{12}}$

3.

Diga como procederia para calcular mentalmente os resultados das seguintes operações com números racionais:

a) $2 + \frac{1}{4}$ b) $1 - \frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$

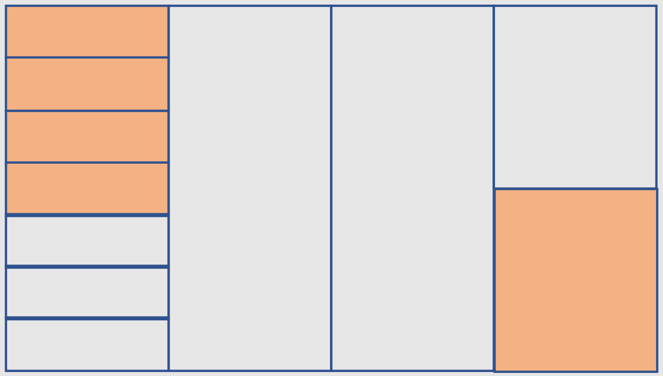
e) $0{,}2 + \frac{1}{5}$ f) $0{,}5 - \frac{1}{5}$ g) $\frac{2}{3} + 5$ h) $\frac{5}{3} - 1$

Explique os raciocínios

Palhares et al. (2011)

4.

Recorra às operações com frações para representar a parte sombreada da figura



Resposta:

com adições seria: $\frac{1}{7} + \frac{1}{8}$

Palhares et al. (2011)

Bibliografia

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2009). Desenvolvimento: O sentido do número racional. Associação de Professores de Matemática.

Palhares, P., Gomes, A., & Amaral, E. (2011). *Complementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lidel.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo.* Texto Editores.

Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M. A. Montes, Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). Didáctica de las matemáticas para maestros de educación primaria. Didáctica Y Desarrollo.